

Sterowanie Procesami Ciągłymi — Laboratorium 3
 Badanie parametrów regulatora liniowo-kwadratowego (LQR) na przykładzie odwróconego
 wahadła

prowadzący: K. Kluwak, M. Filiński

1 Zadania do wykonania

Dany jest system dynamiczny opisany w przestrzeni stanu

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{M} & -\frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b}{ML} & -\frac{(m+M)g}{ML} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{ML} \end{bmatrix} u \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}, \quad (2)$$

gdzie $\mathbf{x} = [x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}]^T$

$M = 0.5$ – masa wózka

$m = 0.2$ – masa wahadła

$L = 0.3$ – długość od mocowania do środka ciężkości wahadła

$b = 0.1$ – współczynnik tarcia wózka

$g = 9.8$ – przyspieszenie ziemskie

Sterowanie odwróconym wahadłem ma następującą postać.

$$u = -K\mathbf{x} \quad (3)$$

Zadaniem jest znalezienie macierzy K , która minimalizuje funkcję kosztu:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T Q \mathbf{x} + u^T R u) dt \quad (4)$$

gdzie Q jest macierzą diagonalną zawierającą koszt związany z wektorem stanu oraz macierz R zawierający koszt związany ze sterowaniem (w tym przykładzie R jest skalarem). Wyznaczenie macierzy K sprowadza się do użycia funkcji $lqr(system, Q, R)$.

Należy przeprowadzić symulacje dla różnych parametrów Q , R , \mathbf{x}_0 (warunek początkowy) oraz $\mathbf{y}^* = [y, 0, 0, 0]^T$ (docelowe położenie wózka)

2 Zadanie dodatkowe

W podanym przykładzie zakładamy, że na wyjściu systemu mamy wektor stany. Należy zmodyfikować macierz C tak aby $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ w takim przypadku nie jesteśmy w stanie wyznaczyć sterowania $u = -K\mathbf{x}$ (w naszym przypadku $u = -K\mathbf{y}$). W związku z tym do całego układu należy wprowadzić obserwator stanu (https://pl.wikipedia.org/wiki/Observator_stanu) i wykorzystać estymowany wektor $\hat{\mathbf{x}}$ do sterowania liniowo kwadratowego.

3 Materiały dodatkowe

- <http://jtjt.pl/odwrocone-wahadlo>